

ECONOMETRIA

TERZO PROBLEM SET

Soluzioni della prima parte

Esercizio 0 (extra: risolto durante ricevimento allargato)

a) Considerando un errore $u_t \sim iid N(0, \sigma_u^2)$. Costruite un processo ε_t che sia autoregressivo di ordine uno.

Un processo autoregressivo di ordine uno, AR(1), può essere scritto:

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t$$

con $|\rho| < 1$, altrimenti il processo è esplosivo. Si noti che ρ è il coefficiente di correlazione tra ε_t e ε_{t-1} (dato che il processo è stazionario).

b) Scrivete la formula della $var(\varepsilon_t)$.

Partendo dal processo:

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t = \rho(\rho\varepsilon_{t-2} + u_{t-1}) + u_t = \dots = \sum_{j=0}^{\infty} \rho^j u_{t-j}$$
$$var(\varepsilon_t) = var\left(\sum_{j=0}^{\infty} \rho^j u_{t-j}\right) = \sum_{j=0}^{\infty} (\rho^2)^j \sigma_u^2 = \sigma_u^2 \sum_{j=0}^{\infty} (\rho^2)^j = \frac{\sigma_u^2}{1-\rho^2}$$

Oppure

$$var(\varepsilon_t) = var(\rho\varepsilon_{t-1} + u_t) = \rho^2 var(\varepsilon_{t-1}) + \sigma_u^2$$

Ponendo che $var(\varepsilon_t) = var(\varepsilon_{t-1})$

$$var(\varepsilon_t) = \frac{\sigma_u^2}{1-\rho^2}$$

c) Scrivete $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1})$ e $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-h})$

$$\text{Si noti che: } cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-1}) = E[(\rho\varepsilon_{t-1} + u_t) \varepsilon_{t-1}] =$$

$$= \rho E(\varepsilon_{t-1}^2) + E(u_t \varepsilon_{t-1}) = \rho \frac{\sigma_u^2}{1-\rho^2}$$

$$cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-2}) = E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-2}) = E[(\rho\varepsilon_{t-1} + u_t) \varepsilon_{t-2}] =$$

$$= E[\rho(\rho\varepsilon_{t-2} + u_{t-1}) + u_t] \varepsilon_{t-2} = \rho^2 E(\varepsilon_{t-2}^2) = \rho^2 \frac{\sigma_u^2}{1-\rho^2}$$

In generale:

$$cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-h}) = \rho^h \frac{\sigma_u^2}{1-\rho^2}$$

d) Scrivete la $corr(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1})$.

Semplicemente: $corr(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-h}) = \frac{cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-h})}{\sqrt{var(\varepsilon_t)}\sqrt{var(\varepsilon_{t-h})}} = \rho^h$

Esercizio 1

a) Partendo da un errore bianco $u_t \sim iid N(0, \sigma_u^2)$, costruite un processo ε_t che sia autoregressivo di ordine due.

Un processo autoregressivo di ordine uno, $AR(1)$ può essere scritto:

$$\varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \rho_2 \varepsilon_{t-2} + u_t$$

b) Scrivete la formula della $var(\varepsilon_t)$.

Si noti che: $var(\varepsilon_t) = var(\rho_1 \varepsilon_{t-1} + \rho_2 \varepsilon_{t-2} + u_t) =$

$$= \rho_1^2 var(\varepsilon_{t-1}) + 2\rho_1\rho_2 cov(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}) + \rho_2^2 var(\varepsilon_{t-2}) + \sigma_u^2$$

Per trovare la variabilità è necessario calcolare la covarianza $cov(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2})$:

$$cov(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}) = cov(\rho_1 \varepsilon_{t-2} + \rho_2 \varepsilon_{t-3} + u_{t-1}, \varepsilon_{t-2})$$

ma si noti che $\rightarrow \varepsilon_{t-2} = \rho_1 \varepsilon_{t-3} + \rho_2 \varepsilon_{t-4} + u_t$

quindi: $cov(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}) = \rho_1 var(\varepsilon_t) + \rho_1 \rho_2 var(\varepsilon) + \rho_1 \rho_2^2 var(\varepsilon_t) + \dots =$

$$= \frac{\rho_1}{1-\rho_2} var(\varepsilon_t)$$

Inserendo questo risultato nella formula iniziale sulla varianza:

$$var(\varepsilon_t) = \rho_1^2 var(\varepsilon_t) + 2\rho_1\rho_2 \left(\frac{\rho_1}{1-\rho_2} var(\varepsilon_t)\right) + \rho_2^2 var(\varepsilon_t) + \sigma_u^2$$

quindi: $(1 - \rho_1^2 - 2\rho_1\rho_2 \left(\frac{\rho_1}{1-\rho_2}\right) - \rho_2^2) var(\varepsilon_t) = \sigma_u^2$

$$var(\varepsilon_t) = \sigma_u^2 / (1 - \rho_1^2 - 2\rho_1\rho_2 \left(\frac{\rho_1}{1-\rho_2}\right) - \rho_2^2)$$

c) Scrivete $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1})$ e $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-s})$.

Partendo da: $\varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \rho_2 \varepsilon_{t-2} + u_t$

moltiplicando per ε_t e prendendo il valore atteso:

$$E(\varepsilon_t^2) = \rho_1 E(\varepsilon_{t-1} \varepsilon_t) + \rho_2 E(\varepsilon_{t-2} \varepsilon_t) + E(u_t \varepsilon_t)$$

$$E(\varepsilon_t^2) = \rho_1 E(\varepsilon_{t-1} \varepsilon_t) + \rho_2 E(\varepsilon_{t-2} \varepsilon_t) + E(u_t \varepsilon_t)$$

$$\theta_0 = \rho_1 \theta_1 + \rho_2 \theta_2 + \sigma^2$$

moltiplicando per ε_{t-1} e prendendo il valore atteso:

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-1}) = \rho_1 E(\varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}) + \rho_2 E(\varepsilon_{t-2} \varepsilon_{t-1}) + E(u_t \varepsilon_{t-1})$$

$$E(u_t \varepsilon_{t-1}) = 0$$

$$\theta_1 = \rho_1 \theta_0 + \rho_2 \theta_1$$

$$\theta_1 = \frac{\rho_1}{1-\rho_2} \theta_0$$

moltiplicando per ε_{t-2} e prendendo il valore atteso:

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-2}) = \rho_1 E(\varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-2}) + \rho_2 E(\varepsilon_{t-2} \varepsilon_{t-2}) + E(u_t \varepsilon_{t-2})$$

$$E(u_t \varepsilon_{t-2}) = 0$$

$$\theta_2 = \rho_1 \theta_1 + \rho_2 \theta_0$$

$$\theta_2 = \frac{\rho_1^2}{1-\rho_2} \theta_0 + \rho_2 \theta_0$$

$$\theta_0 = \rho_1 \left(\frac{\rho_1}{1-\rho_2} \theta_0 \right) + \rho_2 \left(\frac{\rho_1^2}{1-\rho_2} \theta_0 + \rho_2 \theta_0 \right) + \sigma^2$$

$$\left(1 - \rho_1 \left(\frac{\rho_1}{1-\rho_2} \right) - \rho_2 \left(\frac{\rho_1^2}{1-\rho_2} + \rho_2 \right) \right) \theta_0 = \sigma^2$$

$$\left(\frac{1-\rho_2-\rho_1^2-\rho_2\rho_1^2-\rho_2^2+\rho_2^3}{1-\rho_2} \right) \theta_0 = \sigma^2$$

$$D = 1 - \rho_2 - \rho_1^2 - \rho_2\rho_1^2 - \rho_2^2 + \rho_2^3$$

$$\left(\frac{D}{1-\rho_2} \right) \theta_0 = \sigma^2$$

$$\theta_0 = \frac{1-\rho_2}{D} \sigma^2 \quad (\text{varianza})$$

$$\theta_1 = \frac{\rho_1}{1-\rho_2} \frac{1-\rho_2}{D} \sigma^2$$

$$\theta_1 = \frac{\rho_1}{D} \sigma^2 \quad (\text{covarianza prima ordine})$$

$$\theta_2 = \frac{\rho_1^2}{1-\rho_2} \theta_0 + \rho_2 \theta_0$$

$$\theta_2 = \left(\frac{\rho_1^2}{1-\rho_2} + \rho_2 \right) \theta_0$$

$$\theta_2 = \left(\frac{\rho_1^2}{1-\rho_2} + \rho_2 \right) \frac{1-\rho_2}{D} \sigma^2$$

$$\theta_2 = \left(\frac{\rho_1^2 + \rho_2(1-\rho_2)}{D} \right) \sigma^2 \quad (\text{covarianza seconda ordine})$$

Possiamo fermarci qui perché questo è già sufficiente per calcolare la matrice

di varianza-covarianza con $T = 3$.

d) Scrivete la $\text{corr}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1})$.

$$\text{Semplicemente: } \text{corr}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-k}) = \frac{\theta_k}{\theta_0}$$

$$\text{corr}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = \frac{\theta_1}{\theta_0}$$

e) Scrivete la matrice varianza-covarianza di ε_t supponendo che $T = 3$.

Nel caso in cui $T = 3$

$$\text{var}(\varepsilon_t) = \begin{pmatrix} \text{var}(\varepsilon_1) & \text{cov}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) & \text{cov}(\varepsilon_1, \varepsilon_3) \\ \text{cov}(\varepsilon_2, \varepsilon_1) & \text{var}(\varepsilon_2) & \text{cov}(\varepsilon_2, \varepsilon_3) \\ \text{cov}(\varepsilon_3, \varepsilon_1) & \text{cov}(\varepsilon_3, \varepsilon_2) & \text{var}(\varepsilon_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_0 & \theta_1 & \theta_2 \\ \theta_1 & \theta_0 & \theta_1 \\ \theta_2 & \theta_1 & \theta_0 \end{pmatrix}$$

Questo ci fa vedere come implementare uno stimatore GLS assumendo un errore autoregressivo di ordine 2 in un campione con 3 osservazioni.

Esercizio 2

Considerate il processo:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t$$

dove ε_t è un processo AR(1):

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= \rho\varepsilon_{t-1} + u_t \text{ con } u_t \sim iidN(0, \sigma_u^2). \\ \text{dove } \rho &= 1\end{aligned}$$

a) Scrivete la $var(\varepsilon_t)$.

Ricordatevi che nel modello $AR(1)$, la assunzione $\rho < 1$ è cruciale per garantire che l'autocorrelazione del processo tenda a zero con il passare del tempo. Quindi, in questo caso ci troviamo di fronte a un processo non-stazionario. Quando $\rho = 1$, l'autocorrelazione del processo (detto anche random walk) cresce col tempo. Inoltre, si può notare che non importa quanto ci si allontana nel futuro, la migliore previsione per ε_{t+h} rimane ε_t .

Se $\rho = 1$ la varianza cambia con t . La varianza è una funzione crescente del tempo (t).

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1} + u_t = (\varepsilon_{t-2} + u_{t-1}) + u_t = \dots = \vartheta + \sum_{j=1}^t u_j \quad \text{dove } \vartheta = \varepsilon_0$$

$$var(\varepsilon_t) = var\left(\sum_{j=1}^t u_j\right) = t\sigma_u^2$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} var(\varepsilon_t) = \infty$$

b) Scrivete la $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1})$.

$$\text{Si noti che: } cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-1}) = E[(\varepsilon_{t-1} + u_t) \varepsilon_{t-1}] = E(\varepsilon_{t-1}^2) = (t-1)\sigma_u^2$$

Nel caso generale:

$$cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-h}) = E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-h}) = E[(\varepsilon_{t-1} + u_t) \varepsilon_{t-h}] = \dots = (t-h)\sigma_u^2$$

c) Scrivete la $corr(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1})$.

Dai risultati precedenti, si vede che:

$$corr(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-h}) = \frac{cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-h})}{\sqrt{var(\varepsilon_t)}\sqrt{var(\varepsilon_{t-h})}} = \frac{(t-h)\sigma_u^2}{\sigma_u^2 \sqrt{t}\sqrt{t-h}} = \frac{\sqrt{t-h}}{\sqrt{t}}$$

$$\text{Nel caso } h = 1: corr(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = \frac{\sqrt{t-1}}{\sqrt{t}}$$

$$\text{Si vede anche che: } corr(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+h}) = \frac{cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+h})}{\sqrt{var(\varepsilon_t)}\sqrt{var(\varepsilon_{t+h})}} = \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{t+h}}$$

Quindi, si noti che in questo caso, al crescere di t , quando h tende all'infinito, l'autocorrelazione tende a zero ma più lentamente di un processo autoregressivo stazionario.

Esercizio 3

Supponiamo di avere il seguente modello:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 C_t + \varepsilon_t \quad t = 1, \dots, T$$

dove $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t$ con $u_t \sim iid N(0, \sigma_u^2)$.

a) Proponete una trasformazione con $t \geq 2$ in modo tale che l'errore non sia serialmente correlato. Come viene chiamata tale trasformazione?

i) Consideriamo il modello relativo al periodo $t-1$ e moltiplicando per ρ

$$\rho y_{t-1} = \beta_0 \rho + \beta_1 \rho C_{t-1} + \rho \varepsilon_{t-1}$$

ii) sottraiamo $y_t - \rho y_{t-1}$

$$(y_t - \rho y_{t-1}) = \beta_0 (1 - \rho) + \beta_1 (C_t - \rho C_{t-1}) + (\varepsilon_t - \rho \varepsilon_{t-1})$$

Quindi possiamo riscrivere il modello nel seguente modo:

$$\tilde{y}_t = \beta_0 \tilde{x}_{1t} + \beta_1 \tilde{x}_{2t} + u_t$$

Questa trasformazione viene chiamata di *Cochrane-Orcutt* (trasformazione dei dati in quasi-differenze).

Questo modello non è proprio identico a *GLS* (o *FGLS*), perché abbiamo perso la prima osservazione. Ma è comunque asintoticamente equivalente.

b) Quale tipo di trasformazione considera anche la prima osservazione? Mostrate come modifichereste la trasformazione precedente.

Tale trasformazione si chiama di *Prais-Winsten*.

Partiamo dal modello:

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 C_1 + \varepsilon_1$$

Moltiplico per $\sqrt{1 - \rho^2}$

Dove:

$$\left(\sqrt{1 - \rho^2}\right) y_1 = \beta_0 \left(\sqrt{1 - \rho^2}\right) + \beta_1 C_1 \left(\sqrt{1 - \rho^2}\right) + \varepsilon_1 \left(\sqrt{1 - \rho^2}\right)$$

$$\left(\sqrt{1 - \rho^2}\right) y_1 = \tilde{y}_1$$

$$\left(\sqrt{1 - \rho^2}\right) = \tilde{x}_{11}$$

$$C_1 \left(\sqrt{1 - \rho^2}\right) = \tilde{x}_{21}$$

$$\varepsilon_1 \left(\sqrt{1 - \rho^2}\right) = u_1$$

$$E(\varepsilon_1 \left(\sqrt{1 - \rho^2}\right)) = \sqrt{1 - \rho^2} E(\varepsilon_1) = 0$$

$$\text{var}(\varepsilon_1 \left(\sqrt{1 - \rho^2}\right)) = (1 - \rho^2) \text{var}(\varepsilon_1) = (1 - \rho^2) \frac{\sigma_u^2}{1 - \rho^2} = \sigma_u^2$$

Quindi, possiamo usare $\tilde{y}_1 = \tilde{x}_{11} \beta_0 + \beta_1 \tilde{x}_{21} + u_1$ in una regressione *OLS*.

Asintoticamente non c'è differenza se si esclude la prima osservazione. Ma, visto che la maggiore parte dei campioni non sono grandi, includere la prima osservazione può essere importante.

Esercizio 4

a) Scrivete la statistica del test di Durbin-Watson e spiegate il test. Nel caso di un campione di 50 osservazioni e con 2 regressori oltre alla costante, come potete commentare il valore del test di Durbin-Watson nei seguenti casi:

DW=1.20

DW=1.40

DW=1.60

DW=1.70

Usate la tabella qui sotto riportata coi valori critici di dL e dU per il test di Durbin-Watson. (Ipotezziamo come ipotesi alternativa la correlazione positiva).

Observations		X variables, excluding the intercept									
N	Prob.	1		2		3		4		5	
		D-L	D-U	D-L	D-U	D-L	D-U	D-L	D-U	D-L	D-U
15	0.05	1.08	1.36	0.95	1.54	0.82	1.75	0.69	1.97	0.56	2.21
	0.01	0.81	1.07	0.7	1.25	0.59	1.46	0.49	1.70	0.39	1.96
20	0.05	1.20	1.71	1.10	1.54	1.00	1.68	0.90	1.83	0.79	1.99
	0.01	0.95	1.15	0.86	1.27	0.77	1.41	0.68	1.57	0.60	1.74
25	0.05	1.29	1.45	1.21	1.55	1.12	1.66	1.04	1.77	0.95	1.89
	0.01	1.05	1.21	0.98	1.30	0.90	1.41	0.83	1.52	0.75	1.65
30	0.05	1.35	1.49	1.28	1.57	1.21	1.65	1.14	1.74	1.07	1.83
	0.01	1.13	1.26	1.07	1.34	1.01	1.42	0.94	1.51	0.88	1.61
40	0.05	1.44	1.54	1.39	1.60	1.34	1.66	1.39	1.72	1.23	1.79
	0.01	1.25	1.34	1.20	1.40	1.15	1.46	1.10	1.52	1.05	1.58
50	0.05	1.50	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67	1.38	1.72	1.34	1.77
	0.01	1.32	1.40	1.28	1.45	1.24	1.49	1.20	1.54	1.16	1.59
60	0.05	1.55	1.62	1.51	1.65	1.48	1.69	1.44	1.73	1.41	1.77
	0.01	1.38	1.45	1.35	1.48	1.32	1.52	1.28	1.56	1.25	1.60
80	0.05	1.61	1.66	1.59	1.69	1.56	1.72	1.53	1.74	1.51	1.77
	0.01	1.47	1.52	1.44	1.54	1.42	1.57	1.39	1.60	1.36	1.62
100	0.05	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74	1.59	1.76	1.57	1.78
	0.01	1.52	1.56	1.50	1.58	1.48	1.60	1.46	1.63	1.44	1.65

Partendo dal modello:

$$\begin{aligned}
 y_t &= x_t' \beta + \varepsilon_t \\
 \varepsilon_t &= \rho \varepsilon_{t-1} + u_t \\
 &| \quad \rho | < 1 \\
 u_t &\sim iidN(0, \sigma_u^2).
 \end{aligned}$$

Nel caso in cui $\rho = 0, \varepsilon_t = u_t$

dove $H_0 : \rho = 0$

con ipotesi alternativa:

$H_1: \rho \neq 0$

$H_1: \rho > 0$

$H_1: \rho < 0$

La statistica test utilizzata è:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^T (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2}$$

dove $\hat{\varepsilon}_t$ è il residuo della regressione OLS sul modello:

$$y_t = x_t' \beta + \varepsilon_t$$

$$d \simeq 2(1 - \hat{\rho})$$

Se

$\hat{\rho} = 0$ allora $d \simeq 2$ assenza di correlazione

$\hat{\rho} = 1$ allora $d \simeq 0$ correlazione positiva

$\hat{\rho} = -1$ allora $d \simeq 4$ correlazione negativo

In questo caso con 2 variabili oltre alla costante e 50 osservazioni, abbiamo i seguenti valori critici:

al 5% di significatività, $1.46 < d < 1.63$

all'1% di significatività $1.28 < d < 1.45$

Quindi:

DW=1.20: al 5% ed all'1%, rifiutiamo l'ipotesi nulla, abbiamo correlazione positiva

DW=1.40 al 5% rifiutiamo l'ipotesi nulla, ma non all'1% ed in questo caso ricadiamo nella regione di incertezza

DW=1.60 all'1% possiamo dire che c'è assenza di correlazione, ma nel caso del 5% ricadiamo nella regione di incertezza

DW=1.70 al 5% ed all'1%, non rifiutiamo l'ipotesi nulla, non c'è correlazione

b) Ipotizziamo un modello

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t$$

dove

$$\varepsilon_t = \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_2 \varepsilon_{t-2} + \phi_3 \varepsilon_{t-3} + u_t$$

Che tipo di processo è ε_t ? Che test possiamo usare per verificare il problema di autocorrelazione?

In questo caso il processo ε_t è un processo autoregressivo con 3 ritardi (AR(3)).

In questo caso possiamo usare come test per verificare il problema di autocorrelazione, il test di Breusch-Godfrey, dove $H_0 : \rho = 0$, con ipotesi alternativa $H_1 : \rho \neq 0$.

In questo test, vi diversi passaggi:

1) viene svolta una regressione OLS su $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t$ e si ottengono $\widehat{\beta}_0, \widehat{\beta}_1$ e $\widehat{\varepsilon}_t$

2) viene svolta la regressione OLS $\widehat{\varepsilon}_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \alpha_1 \widehat{\varepsilon}_{t-1} + \alpha_2 \widehat{\varepsilon}_{t-2} + \alpha_3 \widehat{\varepsilon}_{t-3} + u_t$

3) viene svolto un TEST di SIGNIFICATIVITA' CONGIUNTA F sugli α , oppure :

$$(T - 3)xR_{aux}^2 \underset{H_0}{\overset{a}{\sim}} \chi^2(3)$$

$T-3$ =numero di osservazioni, dato che abbiamo 3 ritardi

Esercizio 5

a) Consideriamo la seguente regressione, dove le vendite mensili di giocattoli di un dato paese (y) sono regredite sul consumo (c).

Nel seguente output, sono presenti anche due test sui residui della regressione. Commentate.

```
. reg y c
-----+-----
Source |      SS      df    MS                Number of obs =      524
-----+-----
Model | 13.8769739      1 13.8769739            F( 1, 522) =      52.88
Residual | 136.988471    522  .262430021            Prob > F      = 0.0000
-----+-----
Total | 150.865445    523  .288461654            R-squared      = 0.0920
                                           Adj R-squared = 0.0902
                                           Root MSE     = .51228

-----+-----
y |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-----+-----
c | .4882883    .0671484     7.27  0.000     .356374     .6202027
_cons | .0040183    .022384     0.18  0.858    -.0399555    .0479921
-----+-----

. estat dwatson
Durbin-Watson d-statistic( 2, 524) = 1.702273

. estat bgodfrey
Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation
-----+-----
lags(p) |      chi2      df      Prob > chi2
-----+-----
1 |      14.561      1      0.0001
-----+-----
H0: no serial correlation
```

Il primo test, Durbin-Watson, assume un valore pari a 1.70. In questo caso dobbiamo consultare la tabella coi valori critici, considerando 524 come numero delle osservazioni e con 1 il numero dei regressori oltre alla costante. Quindi non possiamo rispondere in merito a tale test. Quindi, possiamo considerare il test di Bruesch-Godaprey, che considera un processo AR (1) per i residui, tale test rifiuta l'ipotesi nulla. Quindi potrebbe esserci un problema di correlazione seriale.

b) Nel seguente output, il modello è stato trasformato con l'uso della stima di Prais-Winsten. Le stime sono molto diverse rispetto a prima? Cosa ci indica la statistica di Durbin-Watson?

```
. prais y c
Iteration 0: rho = 0.0000
Iteration 1: rho = 0.1488
Iteration 2: rho = 0.1803
Iteration 3: rho = 0.1874
Iteration 4: rho = 0.1891
Iteration 5: rho = 0.1894
Iteration 6: rho = 0.1895
Iteration 7: rho = 0.1895
Iteration 8: rho = 0.1895
Iteration 9: rho = 0.1895

Prais-Winsten AR(1) regression -- iterated estimates
```

Source	SS	df	MS	Number of obs =	524
Model	6.56420242	1	6.56420242	F(1, 522) =	25.73
Residual	133.146932	522	.25507075	Prob > F =	0.0000
				R-squared =	0.0470
				Adj R-squared =	0.0452
Total	139.711134	523	.2671341	Root MSE =	.50505

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
c	.3495857	.068912	5.07	0.000	.2142067 .4849647
_cons	.0049985	.0272145	0.18	0.854	-.0484649 .0584619
rho	.1895324				

```
-----
Durbin-Watson statistic (original) 1.702273
Durbin-Watson statistic (transformed) 2.007414
```

In questo caso, la stima è minore rispetto a quella ottenuta nel caso di uno stimatore OLS. Notiamo che la procedura si basa sulla stima per iterazione del coefficiente rho. La statistica di DW dopo la trasformazione è aumentata ed è uguale a 2, ciò dimostra che è stato risolto il problema di correlazione segnalato precedentemente.